

LA REIAL ACADÈMIA DE MATEMÀTIQUES DE BARCELONA (1720-1803). MATEMÀTIQUES PER A ENGINYERS

M^a Rosa Massa Esteve
m.rosa.massa@upc.edu

1.- Introducció¹.

Durant el segle XIX l'enginyeria es va desenvolupar a Espanya professionalment. Tanmateix la idea de combinar teoria i pràctica va començar al segle XVIII com a resultat de diverses influències. Amb Felip V, després de la Guerra de Successió Espanyola (1701-1714) es va instaurar un estat centralitzat a Espanya. Els militars borbònics van jugar un important rol en el desenvolupament científic i tecnològic i van establir noves institucions a diverses ciutats del territori espanyol com ara la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques que va ser creada a Barcelona el 1720.

La Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona representa un exemple singular de l'organització dels ensenyaments per a enginyers. L'objectiu de l'Acadèmia era donar una elevada formació en Matemàtiques tant als joves oficials com als militars experimentats de l'Exèrcit. De fet la generació d'enginyers formats en aquesta Acadèmia gaudia d'un excel·lent nivell científic i tècnic i la seva repercussió i influència la podem apreciar en les seves obres civils i militars².

Hi ha diversos estudis sobre l'Acadèmia que descriuen el funcionament de la institució, el tipus d'educació, els llibres que s'utilitzaven, etc.³; altres recerques s'han fixat en els enginyers de l'Acadèmia com a constructors i arquitectes⁴, també han estat estudiats com a militars⁵ i recentment s'han

1 Aquesta investigació es troba inclosa als projectes: HAR2010-17461/HIST i HAR2013-44643-R. Aquest treball fou presentat el desembre de 2013 a les IX Jornades d'Arqueologia Industrial de Catalunya.

2 Sobre les obres realitzades pels enginyers militars de l'Acadèmia, MUÑOZ CORBALÁN (2004), 167-194 i 215-358.

3 RIERA (1975), LLUCH (1996) i el seminal llibre de CAPEL; SÁNCHEZ; MONCADA (1988).

4 MONTANER (1990), GALINDO (2000) i ROSELL (1996).

5 MUÑOZ CORBALÁN (2004) i GALLAND SEGUELA (2008).

publicat estudis que analitzen els continguts del curs impartit a l'Acadèmia⁶. Tanmateix manquen més estudis que analitzin la resta del contingut dels ensenyaments i que posin en valor les temàtiques del curs impartit situant-les dins del context europeu d'aquest tipus d'ensenyament i dins de l'evolució històrica de la matemàtica en aquell moment.

Així doncs, el propòsit d'aquesta contribució és concretament reflexionar sobre l'ensenyament de les matemàtiques als enginyers de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona del segle XVIII, a través de l'anàlisi del curs matemàtic de Pedro Lucuce (1692-1779) que es va impartir en aquesta acadèmia durant més de 40 anys, a partir de 1739, i que són els anys considerats més brillants de l'Acadèmia.

En la secció següent de l'article es descriu com es varen projectar i ordenar els ensenyaments de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona i en la tercera secció, com un cas d'estudi, s'analitzen algunes característiques originals del tractament de la matemàtica pura, és a dir, de l'aritmètica i la geometria que s'ensenyava en el curs de Lucuce.

2.- Els ensenyaments de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona.

La creació de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona va ser promoguda per l'Enginyer General Jorge Próspero Verboom (1667-1744) que fou deixeble de Sebastian Fernández de Medrano (1646-1705) director de l'acadèmia de Brussel·les⁷. Com a enginyer militar, Verboom promogué la creació del Cos d'Enginyers de l'Exèrcit el 1711, i poc després, el 1715 escriví un llarg informe sobre la necessitat d'un ensenyament militar centrat en les matemàtiques. En aquest text es confirma la convicció dels militars de la utilitat de les matemàtiques per l'art de la guerra i per tant, de la necessitat d'una bona formació matemàtica dels oficials militars. Verboom creu que la monarquia ha de crear acadèmies militars, com la de Brussel·les, per tot Espanya. El rei li respon que, de moment, se'n formi una a Barcelona, on ell, com enginyer

6 ALCAIDE; CAPEL (2000), DE MORA CHARLES; MASSA ESTEVE (2009), MASSA-ESTEVE; ROCA-ROSELL; PUIG-PLA (2011); i MASSA ESTEVE; ROCA-ROSELL (2014).

7 Sobre l'acadèmia de Brussel·les, podeu consultar NAVARRO LOIDI (2006), V. 2, CAPÍTOL 8 i sobre Medrano, NAVARRO LOIDI (2013), 33.

en cap de l'exèrcit, dirigia la construcció de la Ciutadella. El 1720, doncs, es va establir la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona que va formar oficials i enginyers militars fins 1803.

El primer professor de Matemàtiques i director de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona, seleccionat per Verboom, va ser l'artiller Mateo Calabro⁸. Calabro, com a director, era el responsable de la preparació del contingut a ensenyar i ell mateix, en una carta dirigida al Comte de Montemar el 1724, en detalla el contingut global que s'ha d'explicar i també la distribució en temps⁹. Cada tema està desenvolupat en sis seqüències d'una durada de sis mesos, que en total equivalien a tres anys de formació. S'ensenyava Aritmètica, Geometria, Geometria pràctica, Estàtica i Maquinària, Artilleria, Arquitectura civil i militar, Hidrostàtica o ciència de la canalització de l'aigua i Dibuix. Tanmateix, pocs anys després, les desavinences entre Calabro i Verboom sobre l'orientació dels ensenyaments de l'Acadèmia portaren a confiar-ne la direcció a Lucuce a partir de 1738¹⁰.

De fet, Verboom ja el 1730 escrivia un "Proyecto" per a l'Ordenança de la Reial Acadèmia, on explicava com havien de distribuir-se els continguts adoptant una repartició diferent d'aquests continguts dins de la mateixa estructura. Cal assenyalar, però, que en l'Ordenança Reial definitiva de 1739 els tres anys de formació estan repartits en quatre classes de nou mesos.

En aquest text del 1730, Verboom també assenyalava les fonts que havia d'emprar el director de l'Acadèmia per redactar el curs a impartir. Per als sis primers llibres d'Euclides, suggeria els nous "Elements" de geometria de Port Royal i també el curs preparat per Jean-Pierre de Crousaz (1663-1750), professor de l'Acadèmia de Lausanne.

Al segle XVII, després de la publicació i la difusió de la *Géométrie* (1637) de Descartes, les relacions entre l'àlgebra i la geometria van començar a ser considerades des d'un altra perspectiva i l'ordre dels *Elements* d'Euclides per ensenyar la geometria va ser qüestionat. Es considerava també que hi havia un excés de proposicions i que les demostracions euclidianes eren massa llargues i dificultoses. Els textos més representatius de la geometria

8 Els altres directors de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona van ser: Pedro de Lucuce (1738-1779); Claudi Martel (1756-1760); Juan Caballero i Arigorri (1779-1784); Miguel Sánchez Taramas (1784-1789); Félix Arriete (1790-1793) i Domingo Belestá i Pared (1794-1802).

9 La carta de Calabro al Comte de Montemar es troba reproduïda a MUÑOZ CORBALÁN (2004), 399-402.

10 Sobre el nomenament de Lucuce vegeu MASSA-ESTEVE ET AL. (2011), 240-241.

de Port Royal que Verboom menciona corresponen als *Nouveaux éléments de Géométrie* (1667- 2na ed. 1683) d'Antoine Arnauld (1612-1694), als *Eléments des Mathématiques ou Traité de la Grandeur en général qui comprend l'arithmétique, l'algèbre, l'analyse et les principes de toutes les sciences qui ont la grandeur pour object* (1680 varies edicions més fins 1765) de Bernard Lamy (1640-1715) i a *La Geometrie des lignes et des surfaces rectilignes et circulaires* (1718) de Crousaz¹¹. Aquests textos van establir un nou ordre de presentació dels elements de la geometria, aportant demostracions més curtes i noves idees. Sobre aquest nou ordre de Port Royal, Verboom en el seu "Proyecto" de 1730 explicava,

"El primer (encargo) de redirigir un curso regular de matemáticas el más compendioso que sea posible que tenga por fundamento los seis primeros libros de Euclides en el orden natural, breve, metódico, fácil, práctico y demostrativo que han manifestado posible los señores de Port Royal en sus nuevos elementos de geometría y después ejecutado por el señor Crousaz Profesor de la academia de Lausana en su geometría de las líneas en cuyos ambos documentos se reconocen penden todo género de demostraciones de muy pocas y breves proposiciones generales acomodadas al conocimiento natural¹²."

També pel que fa als llibres 11 i 12 dels *Elements* d'Euclides i les altres parts de la matemàtica, Verboom suggeria la utilització d'altres textos matemàtics,

« y por lo tocante al 11º y 12º libro de Euclides y demás partes de Matemáticas se observará el método del curso del Padre Tosca, evitando lo curioso y abstracto de sus prolijas demostraciones las cuales deberán conformarse al método de los citados autores. Y finalmente por lo que toca a la Geometría puramente práctica, Instrucciones prácticas del Ingeniero y del Artillero, se servirá dicho Profesor Real del Curso Matemático del Sr. Belidor Profesor Real de una de las cinco Academias establecidas en Francia al mismo fin¹³."

Per tant, el contingut dels ensenyaments de l'Acadèmia s'ha d'incloure

11 Sobre Port-Royal, vegeu DESCOTES (2009).

12 VERBOOM (1730), 43.

13 VERBOOM (1730), 44.

en la tradició d'aquests cursos matemàtics¹⁴, com ara el publicat per Tomàs Vicent Tosca (1651-1723) titulat *Compendio Mathemático* (València, 1707-1715) que consta de 28 tractats en 9 volums. El primer volum tracta de Geometria elemental, Aritmètica inferior i Geometria pràctica; el segon, Aritmètica superior, Àlgebra i Música; el tercer, Trigonometria, seccions còniques i Maquinaria; el quart, Estàtica, Hidrostàtica, Hidrotècnia i Hidrometria; el cinquè, Arquitectura civil, Monte i Cabreria, Arquitectura militar, Pirotècnia i Artilleria; el sisè, Òptica, Perspectiva, Catòptrica, Diòptrica i Meteors; el setè, Astronomia; el vuitè, Astronomia pràctica, Geografia i Nàutica; el novè, Gnòmica, Ordenació del temps i Astrologia. Pel que fa a aquest curs cal assenyalar que va ser reeditat tres vegades durant el segle XVIII, a més alguns volums van ser editats separatament. Aquestes dades ja ens indiquen l'acceptació i la influència que va tenir¹⁵.

Verboom també assenyala algun dels orientats específicament als enginyers militars, com el publicat per Bernard Forest de Bélidor (1698-1761) titulat *Nouveau Cours de Mathematiques à l'usage de l'artillerie et du génie ou l'on applique les Parties les plus utiles de cette science à la Théorie & à la Pratique des différents sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre* (Paris, 1725) que consta d'un volum en 10 parts i que s'ensenyava a les escoles d'artilleria de França. La primera part té vuit llibres, el primer d'àlgebra, sis de geometria i un tractat de còniques; la segona part tracta de trigonometria; la tercera, la Teoria i la Pràctica d'Anivellació; la quarta, el Càlcul del *Toisé* dels Plans, dels Sòlids i de la *Charpente*; la cinquena, l'aplicació de la Geometria a la mesura de superfícies i sòlids; la sisena, l'aplicació de la Geometria a la divisió de Camps; la setena, l'aplicació de la Geometria a l'ús del Compàs de Proporció; la vuitena, el moviment i xoc dels cossos (tres llibres); la novena, la mecànica (nou llibres) i la desena part, l'equilibri i moviment dels fluids (tres llibres). Com es desprèn del títol i dels continguts, era un text eminentment pràctic per a utilitzar en l'ensenyament militar que Bélidor professava. De fet Bélidor és considerat el creador modern de la ciència dels enginyers, i els seus llibres van ser enormement influents durant el segle XVIII a França així com en molts altres països¹⁶.

Malgrat les recomanacions específiques de Verboom el 1730, quan més tard, el 1739, es publica l'Ordenança Reial que ha de guiar el funcionament de

14 Sobre la idea dels cursos matemàtics i la seva influència en el curs de Lucuce podeu consultar MASSA-ESTEVE ET AL. (2011), 235-238.

15 Sobre Tosca i la seva obra, vegeu NAVARRO BROTONS (1985).

16 VERIN (1993).

l'Acadèmia no es cita cap tractat en concret i només es mana que el director faci la tria dels tractats més útils de matemàtiques, escrivint les matèries com si fossin seves. Així l'Ordenança especifica,

“9. ..., deberá el Director General elegir los Tratados más útiles de las matemáticas, ordenándolos con sucesivo método para el pronto aprovechamiento de los Académicos, escribiendo las materias que se han de dictar, como doctrina suya, que ha de ser cuanto en la Academia se explicare, extendiéndose en cada parte, según lo hallare conveniente¹⁷.”

També en la nova ordenança publicada el 1751, que ratifica l'anterior ordenança i la modifica en alguns aspectes, es mana que el director redacti el curs com si fos seu i en aquest cas ja no es menciona res d'emprar altres tractats.

3.- El curs Matemàtic de Pedro Lucuce.

El curs de la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona sobre el qual parlava Verboom i que més tard fou fixat per l'Ordenança de 1739, fou dictat per Lucuce durant més de 40 anys i no fou mai publicat. Tanmateix tot indica que les còpies manuscrites fetes pels alumnes tingueren una difusió important¹⁸. Si comparem dues còpies diferents, la seva lectura ens sorprèn i ens mostra que, malgrat la distància o el temps, els continguts, l'ordre, els exemples, les figures, i fins i tot, les expressions lingüístiques són quasi idèntics¹⁹.

El curs que impartia Lucuce, titulat *Curso Matemático para la Instrucción de los Militares*, conté 8 tractats i més de 2.200 pàgines. El primer tractat versa sobre l'aritmètica vulgar i l'aritmètica literal (àlgebra), la raó i la proporció, així com les potències i les arrels; el segon, sobre la geometria elemental i les còniques; el tercer, la geometria pràctica, la trigonometria, l'ús d'instruments, la planimetria, l'estereometria i l'anivellament; el quart, la fortificació tant regular com irregular; el cinquè, l'artilleria; el sisè, la cosmografia, la geogra-

17 ORDENANZA (1739), 8.

18 Informació sobre els manuscrits i la seva localització a CAPEL ET AL. (1988), 368 i a MASSA-ESTEVE ET AL. (2011), 243.

19 Per les nostres anàlisis emprem una còpia del manuscrit d'Antonio Remón Zarco Torralbo de 1759 i 1760 que es troba a la Biblioteca Central Militar de Madrid.

fia; el setè, l'estàtica, el moviment dels cossos, la maquinària, la hidràulica, l'òptica i la perspectiva; i el vuitè, l'arquitectura civil. Si fem una comparació preliminar del seu contingut amb el de Bélidor i amb el de Tosca podem apreciar certes diferències tant pel que fa a l'ordre com al contingut.

Lucuce comença el curs definint les matemàtiques segons l'objecte que tracten, o sigui una quantitat que es pot augmentar i disminuir, com ara el número, l'extensió, la gravetat, la velocitat, el so, etc. Després de distingir entre quantitat discreta i contínua, divideix la matemàtica en dues parts: pures i impures. Les "purament" matemàtiques, seguint a Tosca²⁰ i a altres autors, són l'Aritmètica, i la Geometria, perquè tracten de la quantitat numerable o mesurable; les demés són *mixtes* o *fisicomatemàtiques* perquè consideren la quantitat acompanyada d'algun accident o afecció sensible propi de la física, com l'òptica que tracta de la quantitat visible, i la música, de la sonora. Cal assenyalar que el 1730, en el seu informe, Verboom ja explicava com havien de ser aquestes matemàtiques mixtes identificant-les amb les que necessita saber un enginyer en la seva professió,

"El dictado se compondrá de un tratado de matemáticas mixtas, a saber de todas aquellas que tienen Principios Físicos, y Experimentales en que se completarán todas las Disertaciones anteriormente dadas y concernientes a la Filosofía natural, a saber, De los principios, Causas, Efectos y Fines de las cosas naturales en cuanto son sensibles y experimentadas. De los Elementos y sus Cualidades; del Lugar y movimientos de los orbes, astros y planetas; del vacuo de la materia y de la forma de la movilidad e inmovilidad de los cuerpos graves opacos y transparentes; de las cualidades sensibles, sólidas, duras, flexibles y fluidas de los vientos y meteoros, y de todos los movimientos de las aguas superficiales y subterráneas. Y finalmente todo lo que conviene saber en orden al ser y propiedades de las cosas corpóreas, por ser esta Ciencia el manantío del cual los que aspirasen a la preeminente profesión de Ingeniero, se han de valer para la posible efectua-ción de sus continuos y más importantes encargos²¹."

El nom que introdueix Lucuce en el curs per anomenar les matemàtiques mixtes, com Tosca en el seu *Compendio* és el de *fisicomatemàtiques*. Ho justifica

20 TOSCA (1707-1715),3.

21 VERBOOM (1730), 26.

per intentar introduir la física d'Aristòtil com una part de la matemàtica, ja que la matemàtica, segons Lucuce, és una ciència veritable, clara, rigorosa i que no té ombres²². Lucuce ho afirma, tot seguint la introducció del *Compendio* de Tosca, en la introducció del curs d'aquesta manera²³.

“Es natural en los hombres, (dijo Aristóteles) el deseo de saber, y entre todas las ciencias naturales la que más le satisface es la Mathemática, por la limpieza de sus verdades, energía de sus pruebas, y claridad de sus demostraciones. Matemática según la derivación del griego es lo mismo que Doctrina, o disciplina, por carecer de las dudas y opiniones tan frecuentes en las demás ciencias, por cuya razón no será malogrado el tiempo que se dedicare a su estudio, ni el sudor que se empleare en tan ameno campo: en el que experimentará el estudioso sus delicias; pues no llegan a la excelsa región de la matemática aquellas nieblas, que suelen oscurecer el resplandor de otras facultades: antes bien descienden de su remontada esfera tales luces, que manifiestan las sendas de las otras artes naturales para hallar la verdad con acierto²⁴.”

En aquesta introducció del curs, Lucuce, com Tosca, també assenyalava la importància de les matemàtiques tot fent un elogi de la seva utilitat com ciència per excel·lència per als enginyers envers les altres matèries.

“Con ella [la matemática] se descubren los más ocultos secretos de la naturaleza, ella es la que averigua la fuerza del ímpetu, las condiciones del movimiento, las causas, efectos y diferencias de sonos, la naturaleza de la luz, y el modo de su propagación; levanta con hermosura los edificios, y hace casi inexpugnables las ciudades, ordena con admiración los ejércitos, y abre camino a los navegantes; últimamente se remonta hasta el cielo para averiguar la grandeza de los Astros, y armonía de sus movimientos, haciendo con varias invenciones de telescopios corriente el comercio de la Tierra con el cielo²⁵.”

22 Sobre el nom “Fisicomatemàtiques” emprat a l'època per alguns autors i la seva justificació, vegeu DEAR (1995), 168.

23 TOSCA (1707-1715), 1-2.

24 LUCUCE (1739-1744), Introducció.

25 LUCUCE (1739-1744), Introducció.

Lucuce tria, doncs, la introducció del *Compendio* de Tosca per mostrar el rol útil de les matemàtiques en l'explicació dels fenòmens naturals del món.

3.1.- L'aritmètica en el curs de Lucuce.

En aquesta secció i la següent analitzarem, com a cas d'estudi, el contingut de l'aritmètica i part de la geometria del curs de Lucuce. El compararem amb el mateix contingut dels cursos de Tosca i Bélidor, assenyalant les similituds i diferències i/o originalitats.

El primer tractat del curs de Lucuce té 280 pàgines (140r i v) i en ell hi explica l'aritmètica tant vulgar com literal i la teoria de proporcions euclidiana. Lucuce comença afirmant que l'aritmètica és la porta (segons Plató) per entrar en el coneixement de les altres parts de la matemàtica, ja que totes necessiten d'ella. L'aritmètica és la ciència que tracta de la quantitat discreta o sigui dels nombres i es divideix en Especulativa i Pràctica. L'especulativa que tracta de les posicions i propietats dels nombres i la pràctica que tracta del seu càlcul o sigui les quatre operacions. Lucuce segueix explicant que, per raó de les notes, xifres o caràcters, l'aritmètica es divideix en vulgar i literal, essent la segona tractada per les literals o lletres de l'alfabet, també anomenada *especiosa* degut a que la seva doctrina es pot aplicar a la geometria i altres ciències de la matemàtica²⁶. Pel que fa a Tosca, el curs comença amb la geometria i després l'aritmètica, Bélidor, en canvi, no introdueix l'aritmètica en un tractat separat.

L'aritmètica conté sis llibres, el primer tracta de l'aritmètica vulgar en tres capítols; el segon, l'aritmètica literal en dos capítols; el tercer correspon al llibre cinquè d'Euclides i tracta sobre les raons i les seves propietats; el quart, les regles de proporció en quatre capítols; el cinquè, les potències i arrels dels nombres i el sisè tracta de les progressions aritmètiques i geomètriques en dos capítols. Tot el tractat d'aritmètica del curs de Lucuce té una presentació euclidiana amb definicions i proposicions, que a vegades són teoremes i altres són problemes, amb corol·laris i escolis numerats i exemples numèrics.

Cal remarcar algunes peculiaritats, per exemple, al final del capítol primer del llibre primer de l'aritmètica es defineixen els axiomes o nocions comunes dels *Elements* d'Euclides, sense que Lucuce esmenti que ho són. Tanmateix en la introducció del *Elements* d'Euclides, o sigui en la introducció del tractat

²⁶ LUCUCE (1739-1744), 6r.

segon del curs, els repeteix i amplia sota el títol de: “Axiomas o comunes sentencias de aritmética y geometria”²⁷. Lucuce, com Tosca, tracta les fraccions dins del tercer capítol del primer llibre de l’aritmètica i separades de les raons euclidianes. En canvi, Bélidor comença la geometria després d’un capítol sobre magnituds, en el llibre segon de la primera part, amb les raons euclidianes i fraccions, identificant-les.

En el llibre segon de l’aritmètica, Lucuce explica la introducció a l’aritmètica literal o àlgebra, citant Viète, i cal assenyalar que explica que el símbol que emprà per representar la multiplicació és una “x”, com Bélidor però no com Tosca. En el segon capítol d’aquest mateix llibre descriu a través de set proposicions les operacions amb fraccions que tenen expressions algebriques en el numerador i denominador.

El llibre tercer de l’aritmètica correspon al llibre cinquè d’Euclides i Lucuce així ho explicita. Tosca, en canvi, presenta el llibre cinquè dels *Elements* dins la geometria. Pel que fa a Bélidor, com ja hem explicat, identifica les raons i les fraccions com introducció a la geometria i sense esmentar Euclides.

El llibre quart de l’aritmètica conté quatre definicions i 15 qüestions resoltes sobre la regla de tres, de companyia i al·ligacions, com en el primer llibre de Tosca, en canvi no es troben aquestes regles en el curs de Bélidor.

El llibre cinquè de l’aritmètica, que tracta de les potències i de les arrels amb lletres, conté unes taules on hi representa la notació de les potències en diversos autors a través de la història com ara els àrabs, Diofant, Viète i d’altres (vegeu fig. 1), no he trobat ni a Tosca, ni a Bélidor cap taula similar. La taula reflecteix els mites històrics de l’època, la font dels quals no he sabut descobrir.

27 LUCUCE (1739-1744), 11r.

Los Araues		Diofanto y Vietà
a^4	Quadrado quat°	Quat° quadrado
a^5	Supervolido 1°	Quadrado cubo
a^6	Quadrado cubo	Cubo cubo
a^7	Supersolido 1°	Quat° Quadr° cubo
a^8	Quat° de Quadrado	Quat° cubo cubo
a^9	Cubo de cubo	Cubo cubo cubo
a^{10}	Quat° Supersolido 1°	Quat° Quat° cubo cubo
a^{11}	Supervolido 3°	Quat° cubo cubo cubo

Figura 1. Taula històrica de potències algebraiques²⁸.

També en aquest llibre cinquè de l'aritmètica, Lucuce presenta una taula Sinthético-Analítica per trobar les potències d'un binomi amb lletres quals-sevulla (vegeu fig. 2). Tosca, no Bélidor, té una taula similar amb números, però no amb lletres.

Tabla Sinthético Analítica									
a	b								
a^2	$2ab$	b^2							
a^3	$3a^2b$	$3ab^2$	b^3						
a^4	$4a^3b$	$6a^2b^2$	$4ab^3$	b^4					
a^5	$5a^4b$	$10a^3b^2$	$10a^2b^3$	$5ab^4$	b^5				
a^6	$6a^5b$	$15a^4b^2$	$20a^3b^3$	$15a^2b^4$	$6ab^5$	b^6			
a^7	$7a^6b$	$21a^5b^2$	$35a^4b^3$	$35a^3b^4$	$21a^2b^5$	$7ab^6$	b^7		
a^8	$8a^7b$	$28a^6b^2$	$56a^5b^3$	$70a^4b^4$	$56a^3b^5$	$28a^2b^6$	$8ab^7$	b^8	
a^9	$9a^8b$	$36a^7b^2$	$84a^6b^3$	$126a^5b^4$	$126a^4b^5$	$84a^3b^6$	$36a^2b^7$	$9ab^8$	b^9
a^{10}	$10a^9b$	$45a^8b^2$	$120a^7b^3$	$210a^6b^4$	$252a^5b^5$	$210a^4b^6$	$120a^3b^7$	$45a^2b^8$	$10ab^9$

Figura 2. Taula sintètic analítica (per calcular binomis)²⁹.

28 LUCUCE (1739-1744), 102v.

29 LUCUCE (1739-1744), 105v.

Cal esmentar també la taula per trobar mitjos geomètrics amb lletres que Lucuce explica i representa quasi al final del sisè i últim llibre de l'aritmètica (vegeu fig. 3).

Para 1 medio	d	\sqrt{ab}	$\sqrt[3]{ab^2}$	$\sqrt[4]{ab^3}$	$\sqrt[5]{ab^4}$	$\sqrt[6]{ab^5}$	b
Para 2 med.	d	$\sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[4]{ab^2}$	$\sqrt[5]{ab^3}$	$\sqrt[6]{ab^4}$	$\sqrt[7]{ab^5}$	b
Para 3 med.	d	$\sqrt[4]{ab}$	$\sqrt[5]{ab^2}$	$\sqrt[6]{ab^3}$	$\sqrt[7]{ab^4}$	$\sqrt[8]{ab^5}$	b
Para 4 med.	d	$\sqrt[5]{ab}$	$\sqrt[6]{ab^2}$	$\sqrt[7]{ab^3}$	$\sqrt[8]{ab^4}$	$\sqrt[9]{ab^5}$	b
Para 5 med.	a	$\sqrt[6]{ab}$	$\sqrt[7]{ab^2}$	$\sqrt[8]{ab^3}$	$\sqrt[9]{ab^4}$	$\sqrt[10]{ab^5}$	b

Figura 3. Taula de mitjos geomètrics entre a i b ³⁰.

Com s'ha pogut observar, encara que Lucuce en la part de l'aritmètica vulgar presenta similituds amb l'aritmètica de Tosca, el fet d'introduir dins l'aritmètica la teoria de proporcions d'Euclides ens suggereix d'altres influències.

3.2.-Els *Elements* d'Euclides en el curs de Lucuce.

L'única referència dins de l'Ordenança del 1739 als *Elements* d'Euclides és que havien de formar part del currículum, encara que Verboom, en el seu projecte de 1730, havia citat la geometria de Port Royal, el text de Crousaz i els cursos matemàtics de Béliador i Tosca. Així l'Ordenança afirmava,

"11. Para dar principio al Curso, se admitirán en el modo referido quarenta Académicos, y explicará la extracción de raíces, los seis primeros Libros, once y doce de los Elementos de Euclides; la Geometría Práctica, inclusa una breve noticia de las Secciones Cónicas³¹..."

30 LUCUCE (1739-1744), 138v.

31 ORDENANZA (1739), 8.

En aquesta secció presentem algunes característiques dels *Elements* d'Euclides que es troben a diferents parts del curs de Lucuce i que en constitueixen una part original³². En la introducció al tractat segon del curs de Lucuce titulat "De la Geometría elemental" i que tracta dels *Elements* d'Euclides i de les seccions còniques, l'autor clarifica quins llibres dels *Elements* explicarà i en quina part del curs seran exposats,

*"Como la obra sea tan difusa y dilatada, explicaremos en este tratado los libros 1, 2, 3, 6, 11 y 12, respecto de que el 4º se dará en la Geometría Práctica, el 5º se dio en la Arithmética; y los demás se omiten por ser de poca utilidad"*³³.

La tria d'explicar només dels llibres 1 al 6 i el 11 i el 12 dels *Elements* era bastant usual en aquell temps, ja que aquests llibres eren considerats els més útils. Així Tosca en el seu *Compendio* també explica vuit llibres especificant que els llibres 7 i 8 corresponen al 11 i 12 respectivament.

Tanmateix, Lucuce mou el llibre cinquè, que tracta sobre les proporcions en un original camí des del tractat segon, on explica la geometria euclidiana, al primer tractat, on exposa l'aritmètica, seguint d'alguna manera l'ordre de Port Royal. En altres cursos consultats de l'època, com ara el *Cours de Mathématiques* (1693) de Jacques Ozanam (1640-1717) o el *Cursus seu mundus mathematicus* (1674) de Claude François Milliet Dechalles (1621-1678), els *Elements* d'Euclides romanen junts en un mateix volum, mentre que Tosca en el seu *Compendio*, mou només el llibre quart a la Geometria Pràctica. Pel que fa a Bélidor, en el seu curs cita molt poques vegades explícitament els *Elements* d'Euclides i empra un ordre diferent per ensenyar la geometria, més d'acord amb les idees de Port Royal, presentant a la primera part, en el llibre primer, l'àlgebra; en el llibre segon, la teoria de proporcions, com a primer llibre dels sis de geometria (vegeu descripció del curs de Bélidor a la secció segona).

Malgrat que no manté els llibres dels *Elements* tots junts, Lucuce manté l'ordre d'Euclides en les proposicions a fi que es puguin citar, i explicita que només demostra les proposicions que considera més útils,

"El orden que seguiré en las proposiciones será el mismo de Euclides,

32 MASSA ESTEVE; ROCA-ROSELL (2014), 332-333.

33 LUCUCE (1739-1744), introducció.

*para que se puedan citar cuando convenga; demostrando las más útiles con la claridad y brevedad posible; a fin de no malograr el tiempo, que se necesita, para la explicación de otras materias propias también a la Instrucción de los Militares*³⁴.

Lucuce no presenta la seva geometria basada directament en la nova geometria de Port Royal, sinó que té en compte aquest nou ordre en algunes ocasions, com ara presentant la teoria de proporcions abans dels altres continguts dels *Elements* d'Euclides. Tanmateix Lucuce preserva l'ordre de les definicions i proposicions euclidianes i, a més les demostra d'una manera original. Així Lucuce fa les demostracions dels *Elements* no només amb figures geomètriques, sinó també amb exemples numèrics i amb lletres (de fet expressions algebraïques) i a més assenyala explícitament que ho farà d'aquesta manera. En la introducció del llibre segon dels *Elements* de Lucuce es pot llegir,

*"En este libro se consideran los Rectángulos que se forman sobre una línea recta dividida en partes, su inteligencia es de grande utilidad en la matemática y con especialidad para el Álgebra; y aunque sus Theoremas son oscuros se facilitarán sus demostraciones, así por líneas, como por el cálculo literal, explicándolas también por números*³⁵.

Tosca, en el mateix llibre segon dels *Elements*, fa les demostracions geomètriques, només posa exemples amb números i no presenta demostracions amb expressions algebraïques³⁶. Pel que fa a Bélidor, en el prefaci, quan descriu el llibre quart, de la primera part, dedicat a la geometria i que tracta de triangles i rectangles, especifica que allà es troben resumits en 12 proposicions els llibres primer i segon dels *Elements* i a més afirma que aquest seu llibre quart conté més geometria que les 62 proposicions que es troben en els *Elements*³⁷. En quant les demostracions, Bélidor empra l'àlgebra en algunes proposicions (per exemple, en la referida avui com a teorema de Pitàgores), però ho fa d'una manera molt diferent a la de Lucuce³⁸.

34 LUCUCE (1739-1744), introducció.

35 LUCUCE (1739-1744), 42.

36 TOSCA (1707-1715), 40-50.

37 BÉLIDOR (1725), prefaci.

38 BÉLIDOR (1725), 103-104.

També en el llibre cinquè d'Euclides sobre la teoria de proporcions, explicat a l'aritmètica, Lucuce manté l'ordre d'Euclides, omet les proposicions menys útils i en les demostracions geomètriques afegeix exemples numèrics i algebraics i així ho explicita al començament,

"Sus proposiciones guardan el orden de Euclides, para que puedan citarse cuando convengan; las menos principales se omiten y solo se dan las de más utilidad, que se demostrarán por letras y se explicarán por números para facilitar su inteligencia³⁹."

El tractament de la geometria euclidiana per part de Lucuce, com hem mostrat, és diferent del de les fonts suggerides per Verboom, Tosca i Bélidor, tant en l'ordre de presentació dels llibres dels *Elements* com en els procediments de demostració de les proposicions.

4.- Conclusions.

Encara que aquest treball forma part d'un projecte més ampli d'estudi detallat i comparatiu dels continguts del curs de Lucuce, aquesta contribució ja ens permet extreure algunes conclusions.

Cal assenyalar l'èmfasi dels militars de l'Acadèmia en les matemàtiques com a ciència per excel·lència per als enginyers. Però també cal matisar que encara que l'Acadèmia inculca una visió de les matemàtiques que emfasitza la utilitat dels resultats, respecta les autoritats clàssiques, ja que preserva l'ordre i la numeració de les definicions i proposicions dels *Elements* d'Euclides.

Lucuce se'ns presenta com un matemàtic original que té les seves pròpies idees sobre l'ensenyament de les matemàtiques per a formar enginyers. Assenyala constantment els criteris didàctics i d'utilitat que empra. La versió dels *Elements* d'Euclides presentada en el curs és adaptada explícitament a la seva audiència (enginyers militars i artillers). El curs de Lucuce no sembla elaborat fent una còpia directa d'un altre curs, sinó que ell fa una tria de continguts d'altres cursos publicats i els ordena amb criteris didàctics, seguint d'alguna manera les idees de Port Royal. A més, Lucuce afegeix taules, interpretacions, així com demostracions amb llenguatge algebraic, omet les pro-

39 LUCUCE (1739-1744), 58.

posicions que li semblen poc útils i canvia de lloc els continguts per afavorir la seva comprensió. Pel que fa a la matemàtica pura, el curs de Lucuce no segueix l'ordre del curs de Bélidor ni l'ordre del de Tosca. En quant al contingut, Tosca presenta l'aritmètica amb moltes més proposicions i amb parts que no es troben al curs de Lucuce. En canvi, Bélidor no inclou l'aritmètica vulgar, ni les regles de tres o de companyia, i només inclou, en la primera part, un llibre d'àlgebra abans de tractar la geometria. Pel que fa als procediments geomètrics, numèrics i algebraics, que Lucuce emprà en les demostracions d'algunes proposicions euclidianes, no els trobem ni al curs de Tosca, ni al de Bélidor. Per tant, Lucuce presenta un curs original, dissenyat amb un criteri propi per a l'ensenyament a la Reial Acadèmia Militar de Matemàtiques de Barcelona, que té en compte les noves tendències, però que està arrelat a les fonts clàssiques.

Caldrà seguir aprofundint en l'anàlisi d'aquests continguts per donar a conèixer d'altres influències o d'altres singularitats que s'intueixen en els ensenyaments d'aquesta Acadèmia.

5.- Bibliografia.

- ALCAIDE, Rafael; CAPEL, Horacio (2000) "El curso de cosmografía de Lucuce en las academias de Matemáticas Militares: el problema de los textos científicos y el desarrollo de la ciencia española del siglo XVII", Estudio introductorio de: *Tratado de Cosmografía del Curso Matemático para la instrucción de los militares de Pedro de Lucuce (1739-1779)*, Colección Geo-Crítica. Textos electrónicos nº 1, enero, Barcelona, Universidad de Barcelona, 1-26.
- BÉLIDOR, Bernard Forest (1725) *Nouveau Cours de Mathématique a l'usage de l'Artillerie et du Génie où l'on applique les parties les plus utiles de cette Science à la Théorie and à la Pratique des différents sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre*, 10 parts, Paris, Chez Nyon.
- CAPEL, Horacio; SÁNCHEZ, Joan Eugeni; MONCADA, Omar (1988) *De Palas a Minerva. La formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares en el siglo XVIII*, Barcelona, Serbal.
- DEAR, Peter (1995) "Art, Nature, Metaphor: the Growth of Physico-Mathematics". Dins: *Discipline & Experience: The Mathematical Way in the Scientific Revolution*, Chicago, IL, The University of Chicago Press, 151-179.

- DE MORA CHARLES, Mary Sol; MASSA ESTEVE, M. Rosa (2009) "On Pedro de Lucuce's Mathematical Course : Sources and Influences". Dins: HUNGER, H. (ed.) *Proceedings of the 3rd International Conference of the European Society for the History of Science (ICESHS)*, Viena, 835-844.
- DESCOTES, Dominique, ed. (2009) *Blaise Pascal, Antoine Arnauld, and François de Nonancourt : Géométries de Port-Royal*, París, Honoré Champions.
- GALINDO, José Alberto (2000) "La ciencia de los ingenieros en la primera mitad del siglo XVIII", *Informe de la Construcción* 52, Nº 467, 47-54.
- GALLAND SEQUELA, Martine (2008) *Les Ingénieurs militaires espagnols de 1710 à 1803 : étude prosopographique et sociale d'un corps d'élite*, Madrid, Casa de Velazquez.
- LUCUCE, Pedro (1739-1744) *Curso Mathematico para la Instrucción de los Militares*. Mss, 8 vols. Barcelona [Copia de Antonio Remon Zarco Torralbo, mss 1767-M-1, Biblioteca Central Militar, Madrid. El volum 8 manca en aquesta copia].
- LLUCH, Ernest (1996) *La Catalunya vençuda del segle XVIII. Foscors i clarors de la Il·lustració*, Barcelona, Edicions 62.
- MONTANER I MARTORELL, Josep Maria (1990) *La Modernització de l'utillatge mental de l'arquitectura a Catalunya (1714-1859)*, Barcelona, Institut d'Estudis Catalans.
- MASSA-ESTEVE, M^a Rosa; ROCA-ROSELL, Antoni; PUIG-PLA, Carles (2011) "'Mixed Mathematics' in Engineering Education in Spain: Pedro Lucuce's course at the Barcelona Royal Military Academy of Mathematics in the Eighteenth Century", *Engineering Studies*, 3 (3), 233-253.
- MASSA ESTEVE, M^a Rosa; ROCA-ROSELL, Antoni (2014) "Contents and Sources of Practical Geometry in Pedro Lucuce's Course at the Barcelona Royal Military Academy of Mathematics". Dins: KATSIOMPURA, Gianna (ed.) *Scientific Cosmopolitanism and Local Cultures: Religions, Ideologies, Societies. Proceedings of 5th International Conference of the European Society for the History of Science*, Athens, National Hellenic Research Foundation/ Institute of Historical Research, 329-335.
- MUÑOZ CORBALÁN, Juan Miguel (2004) *L'Acadèmia de Matemàtiques. El llegat dels Enginyers Militars*, Barcelona, Secretaria General Técnica del Ministerio de Defensa.
- NAVARRO BROTONS, Victor (1985) *Tradició i canvi científic al País Valencià modern (1660-1720): Las ciències Físico-Matemàtiques*, València, Ed. Tres i Quatre.

- NAVARRO LOIDI, Juan (2006) *Las Ciencias matemáticas y las enseñanzas militares durante el reinado de Carlos II*, 2 vols., Madrid, Ministerio de Defensa.
- NAVARRO LOIDI, Juan (2013) *Don Pedro Giannini o las Matemáticas de los Aritlleros del siglo XVIII*, Segovia, Asociación Cultural "Biblioteca de Ciencia y Artillería".
- *Ordenanza e Instrucción para la enseñanza de las Mathemáticas en la Real y Militar Academia que se ha establecido en Barcelona y las que adelante se formaren*. Aprobada por Real Orden de 22 de julio de 1739, Madrid, Antonio Marin, 1739.
- RIERA, Joan (1975) "L'Acadèmia de Matemàtiques a la Barcelona Il·lustrada (1715-1800)", *Actes del II Congrés Internacional d'Història de Medicina Catalana*, Barcelona, 73-128.
- ROSELL, Jaume (1996) *La construcció en l'arquitectura de Barcelona a finals del segle XVIII*, Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya. Tesi Doctoral (<http://www.tdx.cat/handle/10803/6101>, últim accés 30/5/2014).
- TOSCA, Tomás Vicente (1707-1715) *Compendio Mathematico: en que se contienen todas las materias más principales de las Ciencias que tratan de la Cantidad*, 9 Vols, València.
- VERBOOM, Jorge Próspero (1730) "Proyecto o Idea sumaria para la formación, gobierno y permanente establecimiento de Academias R[ea]les y Militares de Mathematicas y Fortificaciones...", *Guerra Moderna*, leg. 2994, Archivo General de Simancas, 55 pàgines.
- VÉRIN, Hélène (1993) *La Gloire des ingénieurs: l'intelligence technique du XVIe au XVIIIe siècle*, París, Albin Michel.